



PLANO DE ENSINO

| | |
|-------------------------------|--|
| Programa | Ciências Mecânicas (53001010053P0) |
| Nome | MECÂNICA DOS MEIOS CONTÍNUOS |
| Sigla | PCMEC |
| Número | 0160 |
| Créditos | 4 |
| Período de Vigência | 01/01/2004 - presente |
| Professor responsável | Francisco Ricardo Cunha |
| Disciplina obrigatória | Não (Um conhecimento prévio de Álgebra Linear, Mecânica dos Fluidos e Mecânica dos Sólidos seria vantajoso para o discente, mas não é um requisito obrigatório.) |

EMENTA

Objetivos: O objetivo desta disciplina teórica é introduzir de forma unificada aos discentes de pós-graduação em Ciências Mecânicas os fundamentos e princípios básicos da Mecânica de Meios Contínuos (MMC) aplicados à modelagem de sólidos deformáveis e fluidos em movimento. A ideia central em MMC é definir quantidades médias locais como massa específica, deslocamento, velocidade e energia como funções contínuas no espaço e tempo, assumindo a matéria como um meio contínuo. Com este fim, os seguintes tópicos fundamentais serão tratados ao longo do curso: (i) elementos de álgebra tensorial; (ii) elementos de cálculo tensorial; (iii) deformação e cinemática de um meio contínuo; (iv) tensão; (v) leis fundamentais: conservação da massa, balanço de força, balanço de torque, balanço de energia e princípio da entropia; (vi) formalismo constitutivo e equações constitutivas para meios contínuos com comportamento linear e não-linear; (vii) equações constitutivas para descrição de membranas e interfaces entre meios contínuos.

Justificativa:

Mecânica dos Meios contínuos envolve as equações diferenciais parciais de balanço mais relevantes da ciências mecânicas e engenharia (i.e. balanço de massa, quantidade de movimento, momento angular e energia) para descrever o movimento de sólidos e fluidos, somadas ainda as equações materiais ou constitutivas de fechamento de modelos envolvendo relação tensão- deformação (para sólidos) ou relação tensão – taxa deformação (para fluidos). Materiais sólidos são descritos em termos de deslocamento e rotação, enquanto fluidos (líquido e gases) em termos de velocidade e taxa de rotação (i.e. velocidade angular ou vorticidade). A MMC conecta as propriedades de materiais contínuos, seja sólido ou fluido, a modelos constitutivos em elasticidade, viscoelasticidade, materiais com memória, plasticidade, fluidos complexos, eletrodinâmica e ferrodinâmica. Tópicos estes, particularmente relevantes para discentes desenvolvendo pesquisas em Ciências Mecânicas. Uma vez familiarizados com os conceitos básicos e os princípios gerais da disciplina MMC, espera-se que os discentes não encontrem maiores dificuldades em se especializar nas subáreas supramencionadas da mecânica dos sólidos e da mecânica dos fluidos, em estágios subsequentes de sua formação acadêmica.

Conteúdo:

Módulo 1 – Álgebra tensorial. Notação índice Einstein-Jeffrey, tensores cartesianos, operações com tensores, tensores de ordem superior, tensores isotrópicos, tensores como operador linear, tensor transposto, tensor simétrico e antissimétrico, vetor dual de um tensor antissimétrico, autovalores e autovetores de um tensor, invariantes de um tensor e tensores deviatóricos, teorema de Cayley-Hamilton, tensor positivo definido e teorema da decomposição polar; **Módulo 2 – Cálculo tensorial.** funções escalares, vetoriais e tensoriais, diferenciação, operadores diferenciais, teoremas Integrais e variações, representação integral de Helmholtz; **Módulo 3 – Hipótese do contínuo.** Definição de um meio contínuo, descrição molecular versus contínua, configuração de um contínuo, descrição do movimento em coordenadas materiais e espaciais; **Módulo 4 – Cinemática de um contínuo: movimento e deformação.** Tensor gradiente de deformação, Transformações de arcos, superfícies e volumes, alongação e rotação, Tensores deformação de Green, Almansi e Euler, derivadas materiais de translação e derivadas espaciais, derivadas materiais de rotação e deformação: Jaumann e Oldroyd, taxa de deformação e taxa de rotação (vorticidade), Jacobiano, divergente e dilatação, teorema transporte: formulação integral, balanço de massa (descrição espacial e material). **Módulo 5 – Tensão.** Forças de campo e forças de superfície, tensões normais, cisalhantes e principais, eixos principais de tensões e isotropia, superfícies livres: condições de contorno, tensores de Piola-Kirchhoff (P-K), dinâmica de membrana: formulação tensorial, curvatura, força cortante e momento fletor; **Módulo 6 – Leis fundamentais da Mecânica dos Meios Contínuos.** Princípio de Cauchy, balanço de forças e tensor de tensões de Cauchy, balanço de torques e condição de simetria do tensor de tensões, equação geral do movimento não-inercial, balanço de energia, princípio da entropia (desigualdade de Classius); **Módulo 7 – Formalismo Constitutivo e Aplicações.** Princípio da invariância material – (PIM), homogeneidade e isotropia, materiais Simples: ação local e memória, lei de Hooke generalizada (sólido elástico) , equações governantes da elasticidade linear (equações da continuidade, Navier e energia) , lei da viscosidade de Newton generalizada, fluido Newtoniano não-Stokesiano, equações de Navier-Stokes, modelos para materiais com viscosidade dependente da taxa de cisalhamento e materiais viscoelásticos.

Forma de Avaliação

Duas avaliações (provas subjetivas) (50% da nota); Estudos dirigidos (30% da nota); Listas de exercícios (20% da nota).

Serão atribuídas menções aos estudantes com base nas notas finais obtivas, de acordo com o critério de menções da UnB. Casos omissos serão resolvidos pelos professores da disciplina.

Observação:

Vale informar que não existe ainda um livro específico cobrindo todo o conteúdo da disciplina. No entanto, sugere-se as referências bibliográficas a seguir.

Bibliografia:

1) Aris, R., Vectors, Tensors and the Basic Equations of Fluid Mechanics, Dover, 1962; **2)** Chorlton, F., Ellis Horwood LTD. Vector & Tensor Methods, 1976; **3)** Flugge, W., Tensor Analysis and Continuum Mechanics, Springer Verlag, 1972.; **4)** Gurtin, M.E., Introduction to Continuous Mechanics, Gurtin, M.E., Academic Press, 1980; **5)** Continuum Mechanics, Chandrasekharaiah, D.S. & Debnath Lokenath, Academic Press, 1994. **6)** Lai, W.M. et al. Introduction to Continuum Mechanics, Pergamon, 1974. **7)** Flugge, S.,



Unit information

| | |
|----------------------|--|
| Program | Mechanical Science (53001010053P0) |
| Course unit | Continuum Mechanics |
| Unit code | PCMEC |
| Unit number | 0160 |
| Credit points | 4 |
| Period | 01/01/2004 - Current |
| Professor | Francisco Ricardo da Cunha |
| Prerequisites | No. Preliminary knowledge on linear algebra, solid mechanics and fluid mechanics is recomendable, but it is not a requirement. |

Unit outline

Objective:

This theoretical course aims to introduce in a unified way the fundamentals and basic principles of Continuum Mechanics (CM) applied to the modeling of deformable solids and fluids in motion. The central idea in CM is to define local average quantities such as density, displacement, velocity and energy as continuous functions in space and time, assuming matter as a continuous medium. For this end, the following fundamental topics will be addressed throughout the course: (i) elements of tensor algebra; (ii) tensor calculus elements; (iii) deformation and kinematics of a continuous medium; (iv) stress; (v) basic laws of the CM: conservation of mass, balance of force, balance of torque torque, balance of energy and principle of entropy; (vi) constitutive formalism and constitutive equations for continuous media with linear and non-linear behavior; (vii) constitutive equations for the description of membranes and interfaces between continuous media.

Purpose:

Continuum Mechanics (CM) involves the most relevant set of partial differential equations of balance from mechanical sciences and engineering (i.e. mass balance, momentum, angular momentum and energy). These equations describe the motion of solids and fluids when supplemented by the closure material or constitutive equations, involving stress-strain relationship (for solids) or stress-strain rate relationship (for fluids). Solid materials are described in terms of displacement and rotation, while fluids (liquids and gases) in terms of velocity and rate of rotation (i.e. angular velocity or vorticity). Continuum Mechanics connects the properties of continuous materials, whether solid or fluid, to constitutive models in elasticity, viscoelasticity, memory materials, plasticity, complex fluids, electrodynamics and ferrohydrodynamics. There are several applications of Continuum Mechanics, for instance to metals and incompressible viscoelastic materials (rubber). These topics are particularly relevant for students developing research in Mechanical Sciences. Once familiarized with the basic concepts and general principles of the CM course, it is expected that students will not encounter major difficulties in specializing in the aforementioned subareas of solid mechanics and fluid mechanics, in the subsequent stages of their academic training. The course can serve as lectures notes for a graduate level course in continuum mechanics for mechanical science and engineering students.

Contents:

Module 1 – Tensor algebra. Einstein-Jeffrey index notation, cartesian tensors, operations with tensors, higher order tensors, isotropic tensors, tensors as a linear operator, transpose tensor, symmetric and antisymmetric tensors, dual vector of an antisymmetric tensor, eigenvalues and eigenvectors of a tensor, invariants of a tensor and deviatoric tensors, Cayley-Hamilton theorem, definite positive tensor and theorem of the polar decomposition; **Module 2 – Calculus of tensors.** scalar, vector and tensor functions, differentiation, differential operators, Integral theorems and variations, Helmholtz integral representation; **Module 3 – The continuum hypothesis.** Definition of a continuum media, molecular versus continuum description, configuration of a continuum, motion description in material and spatial coordinates; **Module 4 – Kinematics of a continuum: motion and deformation.** Deformation gradient tensor, Arcs, surfaces and volumes transformations, elongation and rotation, Green, Almansi and Euler deformation tensors, material and spatial derivatives, time derivatives with rotation and deformation: Jaumann and Oldroyd, strain rate and rate rotation (vorticity), Jacobian, divergent and dilation, Transport theorem: integral formulation, mass balance (spatial and material description). **Module 5 – Stress.** Body forces and surface forces, normal stresses, shear stress and principal stresses, principal axes of stress and isotropy, free surfaces: boundary conditions, Piola-Kirchhoff (P-K) tensors, membrane dynamics: tensor formulation, curvature and bending moment; **Module 6 – Fundamental laws of Continuum Mechanics.** Cauchy principle, force balance and Cauchy stress tensor, torque balance and condition of stress tensor symmetry, general equation of non-inertial motion, energy balance, entropy principle (Classius's inequality statement); **Module 7 – Constitutive Formalism and Applications.** Principle of material invariance – (MFI), homogeneity and isotropy, simple Materials: local action and memory, generalized Hooke's law (elastic solid), governing equations of linear elasticity (continuity equation, Navier and energy equations), generalized Newton's law of viscosity, non-Stokesian newtonian fluids, Navier-Stokes equations, models for shear rate dependent viscosity and viscoelastic materials.

Assessment

Two exams (50% of the final grade), self-student exercises (30% of the final grade), Exercise lists (20% of the final grade).

Exercise lists will be delivered during the course in order to prepare students for the assessment test.

Obs:

There exist no books covering the whole content of this course. However the following books below can be recommended.

Reference:

1) Aris, R., Vectors, Tensors and the Basic Equations of Fluid Mechanics, Dover, 1962; **2)** Chorlton, F., Ellis Horwood LTD. Vector & Tensor Methods, 1976; **3)** Flugge, W., Tensor Analysis and Continuum Mechanics, Springer Verlag, 1972.; **4)** Gurtin, M.E., Introduction to Continuous Mechanics, Gurtin, M.E., Academic Press, 1980; **5)** Continuum Mechanics, Chandrasekharaiah, D.S. & Debnath Lokenath, Academic Press, 1994. **6)** Lai, W.M. et al. Introduction to Continuum Mechanics, Pergamon, 1974. **7)** Flugge, S., Truesdell, C. e Noll, The Classical Field Theories, Encyclopedia of Physics, vol. 3-1, Springer 1960.
